SERVICIOS
EN ARQUITECTURA E INGENIERIA
AREA EDUCATIVA
uarquimides@yahoo.com

MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE

I. OBJETIVOS:

Que el estudiante:

1) Identifique y analice en forma correcta los movimientos periódicos, oscilatorios, vibratorios y armónicos.
2) Explique el movimiento armónico simple en forma cuantitativa utilizando el modelo del movimiento circular uniforme.
3) Escriba correctamente las relaciones de las variables que describen el MAS y ayudan a resolver los problemas sobre este tema.
4) Investigue por lo menos un proyecto y su video que ejemplarice al MAS.

Movimiento periódico. En la naturaleza hay movimientos que se están realizando aproximadamente de la misma manera, lo hacen periódicamente, constituyendo sistemas, cuyo estado se está repitiendo exactamente a intervalos regulares de tiempo, denominándose período, al tiempo mínimo para que el estado del sistema se repita.

Este fenómeno se aprecia aproximadamente en el satélite natural del planeta tierra, girando alrededor de éste, con un período aproximado de 27.3 días.

Otros ejemplos de este tipo de movimiento son, el movimiento armónico simple, la oscilación de un péndulo plano sin amortiguamiento, la rotación con rapidez constante alrededor de un eje fijo.

Enlace con animación: http://fisicalab.me/movimiento-armonico-simple-animacion

Movimiento oscilatorio. Otro movimiento, no tan obvio observarlo como fenómeno natural, el de las olas del mar,es el llamado movimiento oscilatorio, que es es un movimiento en torno a un punto de equilibrio estable.

Los puntos de equilibrio mecánico son, en general, aquellos en los cuales la fuerza resultante que actúa sobre la partícula es cero.

Si el equilibrio es estable, un desplazamiento de la partícula con respecto a la posición de equilibrio llamada elongación, da lugar a la aparición de una fuerza,llamada restauradora que devolverá la partícula hacia el punto de equilibrio.

Un movimiento oscilatorio se produce cuando al trasladar un sistema de su posición de equilibrio, una fuerza restauradora lo obliga a desplazarse a puntos simétricos con respecto a esta posición. Se dice que este tipo de movimiento es también periódico porque la posición y la velocidad de las partículas en movimiento se repiten en función del tiempo.

Enlace con animación: http://fisicalab.me/movimiento-oscilatorio-animacion

Movimiento vibratorio. Desde un punto vista macroscópico, el movimiento que les voy a mencionar no es muy obvia su observación, se trata de las vibraciones moleculares, es una vibración que afecta a varios átomos en una molécula, por ejemplo, cuando elevamos la temperatura a cierta cantidad de agua.

Vamos a entender por vibración, a la propagación de ondas elásticas que producen deformaciones y tensiones sobre un medio continuo. El diapasón es un ejemplo clásico de como un objeto vibrante puede producir sonido. Este objeto (diapasón) se describe que está constituido por un mango pequeño y dos puntas formando una horquilla.

Cuando las puntas en forma de horquilla del diapasón se golpean contra algo, comienzan a vibrar produciendo un movimiento de las puntas hacia un lado y hacia el otro, agitando las moléculas de aire que las rodea.

Es importante tener claro que entre vibración y oscilación hay una diferencia. Las oscilaciones son de mayor amplitud. Por medio de un ejemplo podemos comprender esta diferencia conceptual. Cuando caminamos nuestras piernas oscilan y cuando temblamos debido al frio o al miedo las oscilaciones son de menor amplitud.

En su forma más sencilla, una vibración se puede considerar como un movimiento repetitivo alrededor de una posición de equilibrio. La posición de "equilibrio" es a la que llegará cuando la fuerza que actúa sobre él sea cero.

El movimiento armónico, es un movimiento periódico de vaivén, en el que un cuerpo oscila de un lado al otro de su posición de equilibrio, en una dirección determinada, y en intervalos iguales de tiempo.

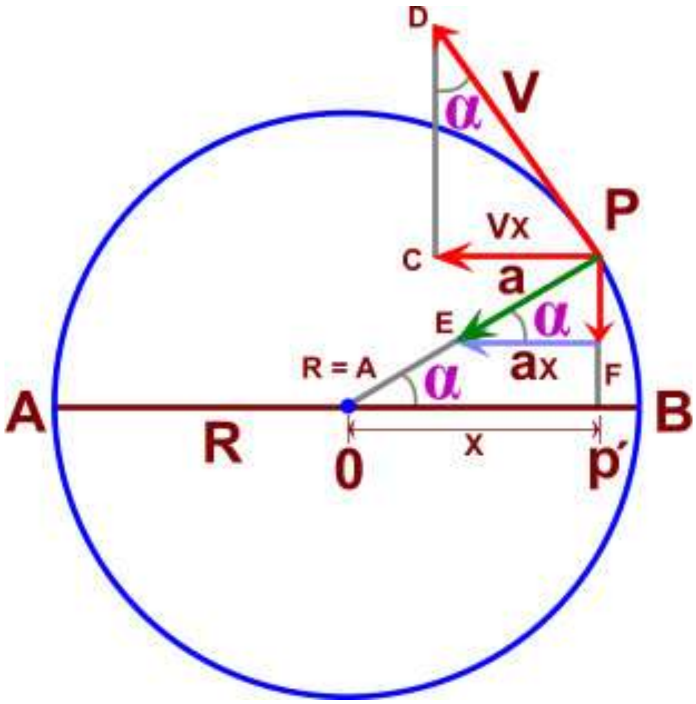
El modelo matemático, de este movimiento se observa en el movimiento circular uniforme, donde la proyección " P' " sobre el eje X del punto " P " que rota , realiza un movimiento de vaivén, que se interpreta como movimiento armónico simple (MAS).

De acuerdo a la figura mostrada del modelo del movimiento circular uniforme, el movimiento armónico simple se ejecuta a lo largo del eje horizontal, de B hacia A y luego de A hacia B.

La proyección de la partícula " P "que rota, está representada en el punto P´ y este punto es el que experimenta un movimiento de vaivén entre los puntos A y B, en la medida que la partícula P está rotando con movimiento circula uniforme en el primer cuadrante, P' se mueve de B hacia el centro " 0 ".

Cuando la partícula " P " continua rotando en el segundo cuadrante, " P' " continua moviéndose del centro " 0 " hacia A .

Modelo del Movimiento Circular uniforme:



Para el movimiento de “ P “ en el tercer cuadrante, la rapidez de “ P’ “ cambia de dirección pasando por el valor cero y dirigiéndose el punto “ P’ “ de A hacia el centro “ 0 “.

Finalmente se completa la oscilación cuando la proyección “P’ “avanza del centro “0” hasta el punto B.

Utilizando un análisis trigonométrico, de la figura, se puede determinar la velocidad y la aceleración en X del movimiento armónico simple.

Son ejemplos clásicos de MAS, el péndulo simple y el sistema masa resorte.

Los parámetros que utilizaremos son: R = A = Amplitud; Vx = rapidez en X ;
a_x = aceleración en X ; T = período ; f= Frecuencia = $\frac{1}{T}$; W = frecuencia angular = $\frac{2\pi}{T}$

Observe que en la figura del movimiento circular uniforme, los tres triángulos: POP´, PDC y PEF son semejantes.

Del triángulo, POP’, se obtiene: Sen α = $\frac{P'P}{OP} = \frac{\sqrt{A^2-X^2}}{A}$

Cos α = $\frac{OP'}{OP} = \frac{X}{A}$

Del triángulo, PDC, se obtieneVx = VSen α equivalente a Vx = $\left(\frac{2\pi A}{T}\right)\left(\frac{\sqrt{A^2-X^2}}{A}\right)$

Vx = $\frac{2\pi}{T}\left(\sqrt{A^2-X^2}\right)$= 2πf $\left(\sqrt{A^2-X^2}\right)$

Del triángulo, PEF, se obtienea$_x$ = a Cosα equivalente a $a_x = \frac{V^2}{A}\frac{X}{A} = \frac{\frac{4\pi^2A^2}{T^2}}{A}\frac{X}{A}$

$a_x = -\frac{4\pi^2}{T^2} X$ (El signo menos significa que X y a son de signo contrario).

La fuerza recuperadora del MAS se obtiene:

$F = ma = - m \frac{4\pi^2}{T^2} X = - m4\pi^2 f^2 X$

Consideremos las condiciones iniciales, X_o y Vox

X_o= A Cos α(1) Vox = wASenα (2)

Elevando al cuadrado cada una de estas expresiones.

$(Xo)^2 = A^2 (\text{Cos } \alpha)^2$ $(Vox)^2 = (- wA\text{Sen}\alpha)^2$

$= A^2 \text{Cos}^2\alpha$ $V^2_{ox} = w^2 A^2 \text{Sen}^2\alpha$

$\frac{V^2 ox}{w^2} = A^2 \text{Sen}^2 \alpha$

Sumando miembro a miembro ambas ecuaciones

$X^2 o + \frac{V^2 ox}{w^2} = A^2 \text{Cos}^2\alpha + A^2 \text{Sen}^2\alpha = A^2 (\text{Cos}^2\alpha + \text{Sen}^2\alpha) = A^2$

De esta manera tenemos una expresión de la amplitud en función de la velocidad angular, de la elongación y de la rapidez del movimiento armónico simple.

$A = \sqrt{X^2 o + \frac{V^2 ox}{w^2}}$

Para encontrar la magnituddel Angulo de desfase α .

X_o= A Cos αVox = -wASenα

$\text{Cos } \alpha = \frac{X_o}{A} \frac{Vox}{-wA} = \text{Sen } \alpha$

$\frac{\frac{Vox}{-wA}}{\frac{X_o}{A}} = \frac{\text{Sen } \alpha}{\text{Cos } \alpha} = \tan \alpha$

$\alpha = \tan^{-1}\left[\frac{Vox}{-wX_o}\right] = \tan^{-1} (-\frac{Vox}{w\, Xo})$